

基于 PSO-RWE 的自适应小波阈值函数 滚动轴承振动信号去噪方法

杨 旭, 邱 明, 陈立海, 陈 月
(河南科技大学 机电工程学院, 河南 洛阳 471003)

摘 要: 针对现有小波去噪方法存在阈值函数中未知参数选取依赖经验,导致去噪不充分或去噪后信号失真的问题。提出了一种基于相对小波熵(RWE)的粒子群优化(PSO)算法,用于小波阈值函数中未知参数的自适应寻优,达到滚动轴承振动信号自适应降噪目的。改进了一种含两未知参数的小波阈值函数;以相对小波熵为优化算法的适应度函数对未知参数进行自适应寻优,得到最优小波阈值函数;通过对模拟仿真信号和试验采集的滚动轴承振动信号进行分析。结果表明:优化后的小波去噪方法能够更好地将噪声从染噪信号中滤除,去噪后信号波形的平滑度更好,信噪比较硬阈值去噪提高 29.4%,而且保留了原始信号更多的细节特征,具有更好的去噪性能和应用实用价值。

关 键 词: 小波阈值去噪; 滚动轴承; 振动信号; 相对小波熵; 粒子群优化算法

中图分类号: V232.7; TH133.3 **文献标志码:** A

Adaptive wavelet threshold function based on PSO-RWE for vibration signal denoising of rolling bearing

YANG Xu, QIU Ming, CHEN Lihai, CHEN Yue
(School of Mechatronics Engineering,

Henan University of Science and Technology, Luoyang Henan 471003, China)

Abstract: In view of the existing wavelet threshold denoising method that unknown parameters selection in existing functions depends on experience and brings about insufficient denoising or signal distortion after denoising, a particle swarm optimization (PSO) algorithm based on relative wavelet entropy (RWE) was proposed for adaptive optimization of unknown parameters in wavelet threshold function to achieve adaptive noise reduction of rolling bearing vibration signal. A wavelet threshold function with two unknown parameters was improved. The relative wavelet entropy was used as the fitness function to optimize the unknown parameters and the optimal wavelet threshold function was obtained. The vibration signal of rolling bearing acquired by simulation and experiment was analyzed. Results showed that the optimized wavelet denoising method can filter the noise from the denoised signal better, the signal waveform after denoising had better smoothness, the signal-to-noise ratio was 29.4% higher than the hard threshold, and retained more details of the original signal, presenting better denoising performance and practical value.

收稿日期:2020-04-11
基金项目:国家重点研发计划(2018YFB2000203); 国家自然科学基金(51805151)
作者简介:杨旭(1995—),男,硕士生,主要从事滚动轴承复合故障诊断研究。

引用格式:杨旭,邱明,陈立海,等. 基于 PSO-RWE 的自适应小波阈值函数滚动轴承振动信号去噪方法[J]. 航空动力学报,2020,35(11):2339-2347. YANG Xu, QIU Ming, CHEN Lihai, et al. Adaptive wavelet threshold function based on PSO-RWE for vibration signal denoising of rolling bearing[J]. Journal of Aerospace Power, 2020, 35(11): 2339-2347.

Key words: wavelet threshold denoising; rolling bearing; vibration signal;
relative wavelet entropy (RWE);
particle swarm optimization (PSO) algorithm

近年来,航空发动机旋转机械的状态监测和故障诊断受到众多学者的广泛关注,滚动轴承振动信号中含有机件运转的特征。因此,滚动轴承振动信号的优劣对于旋转机械状态监测和故障诊断的准确性的影响是十分大的^[1]。然而,滚动轴承振动信号的产生和传递过程中往往会受到各种噪音的干扰,染噪后的信号对于机械故障的诊断和状态监测会产生很大的干扰^[2-3]。因此,开展对于滚动轴承振动信号去噪的研究是必不可少的。

小波阈值去噪算法是最为常用的信号去噪方法之一,其具有多分辨特征和时、频域局部化特征等优点^[4]。Donoho 等结合小波变换提出了阈值去噪法^[5],并给出了硬阈值去噪和软阈值去噪算法。文献[6-8]提出了几种新的阈值函数,并针对去噪效果与硬、软阈值函数的去噪效果进行了对比分析,得出结论所提阈值函数的去噪效果更优。但是文献并未提及对于阈值函数中未知参数是如何确定的,如果未知参数选取不理想,将会导致去噪不充分或有用信号被滤除的问题。文献[9]虽然针对仿真信号的阈值函数中未知参数进行了自适应寻优,但并未进行针对具有非线性特点的滚动轴承振动信号去噪方面的研究。基于以上存在的问题,本文首先改进了一种小波阈值函数,然后以相对小波熵作为粒子群优化的适应度函数,对阈值函数中未知参数进行自适应寻优。最后利用模拟仿真信号和实测滚动轴承振动信号对本文方法进行有效性和实用性验证。

1 粒子群优化小波去噪理论

1.1 小波阈值去噪基本原理

对于任意给定的一组信号 $y(n) = s(n) + n(n)$,其中 $s(n)$ 为未含有噪声的纯信号, $n(n)$ 为噪声信号。文献[10]认为有用信号的系数幅值大于噪声的系数幅值。因此,可以通过小波分解得到各尺度下小波系数,再通过设置合理的阈值对信号和噪声加以区分,实现信号去噪的效果。

小波阈值去噪的可以总结为以下三步。

1) 首先确定合理的小波基函数,合适的小波分解层数(也称为小波分解尺度),进行小波分解,得到各尺度下的小波分解系数 $w_{k,j}$ 。

2) 然后确定各尺度阈值 λ_k ,依据选用的阈值函数,对各尺度高频小波系数进行阈值计算,分别得到各尺度下小波阈值处理后的高频小波系数 $\hat{w}_{k,j}$ 。

3) 最后将阈值处理后各尺度的高频小波系数 $\hat{w}_{k,j}$ 与最高尺度下的低频小波系数进行重构,再通过小波变换的逆变换,得到小波阈值去噪后的信号。

1.1.1 阈值确定

本文选用无偏风险估计阈值^[11]。无偏风险估计阈值是一种以最小风险为指标的自适应阈值选取方法。具体算法如下所示:

1) 将小波分解后各尺度的小波系数 $w_{k,j}$ 进行绝对值处理,再将其从小到大排序,求其平方得到第 k 层向量序列 $s_k, s_k(j)$ 由式(1)计算得到

$$s_k = [s_k(1) \quad \cdots \quad s_k(j) \quad \cdots \quad s_k(N)]$$
$$s_k(j) = (\text{sort} |w_{k,j}|)^2 \tag{1}$$

式中 N 为各层小波系数的个数。

2) 计算第 k 层的阈值向量为 $\lambda_k, \lambda_k(j)$ 由式(2)计算得到

$$\lambda_k = [\lambda_1(1) \quad \cdots \quad \lambda_1(j) \quad \cdots \quad \lambda_1(N)]$$
$$\lambda_k(j) = \sqrt{s_k(j)} \tag{2}$$

3) 则第 k 层上选取 λ_k 时产生的风险估计系数向量为 $R_k, R_k(j)$ 由公式(3)计算得到

$$R_k = [R_k(1) \quad \cdots \quad R_k(j) \quad \cdots \quad R_k(N)]$$
$$R_k(j) = [N - 2 \times j + \sum_{i=1}^j s_k(j)]/N + \{(N - j) \times [s_k(N - j)]\}/N \tag{3}$$

4) 通过比较风险估计系数向量,最小风险评估系数所对应的阈值 $\lambda_{k,\text{best}}$,即为第 k 层分解的无偏风险估计阈值。

1.1.2 阈值函数

本文改进的阈值函数为

$$\hat{w}_{k,j} = \begin{cases} \text{sign}(w_{k,j}) \times \left[|w_{k,j}| - \frac{\lambda}{[\alpha^{(|w_{k,j}| - \lambda)}]^\beta} \right] & |w_{k,j}| \geq \lambda \\ 0 & |w_{k,j}| < \lambda \end{cases} \tag{4}$$

式中 $\hat{w}_{k,j}$ 为经过阈值函数处理后的小波系数; $w_{k,j}$ 为原始小波系数; $\text{sign}()$ 为符号函数; λ 为自适应阈值; α 为自定义参数, 取值范围为 $[1, +\infty)$; β 为自定义参数, 取值范围为 $[0, +\infty)$; 当 $\alpha=0$ 或 $\beta=0$ 时, 此阈值函数就变成了软阈值函数, $\alpha=+\infty$ 和 $\beta=+\infty$ 时, 此阈值函数就变成了硬阈值函数。如图 1 所示为阈值取 $\lambda=2$ 时阈值函数曲线。可以明显看出本文阈值函数介于硬、软阈值之间, 这样既克服了硬阈值函数在定义域内不连续的问题, 避免了 Pseudo-Gibbs 现象^[12]; 又不像软阈值函数一样存在有用信息保留不完整, 重构精度低的问题。并且通过改变 α 和 β 的取值, 可以得到不同的阈值函数。本文基于待处理信号, 通过基于相对小波熵的粒子群优化算法, 对自定义参数 α 和 β 的取值进行优化, 得到适应度最大的阈值函数, 对信号进行去噪。

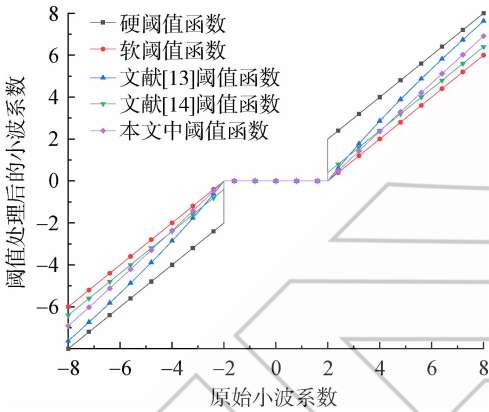


图 1 阈值 $\lambda=2$ 时阈值函数曲线

Fig. 1 Threshold function curves with threshold $\lambda=2$

1.2 粒子群优化算法

滚动轴承振动加速度信号为非平稳信号, 采用牛顿法、动态规划法等传统的优化方法很难得到理想的寻优效果, 存在迭代次数多, 收敛效果差, 耗费时间长等缺点。文献提出采用改进的遗传算法对语音信号小波阈值进行优化去噪, 虽然克服了易陷入局部最优解的缺点, 但存在交叉、变异运算, 对于数据量大的信号, 运算时间会很长^[15]。粒子群优化算法具有收敛速度快、有记忆性、结构简单等优点, 本文应用此优化算法于小波阈值函数中未知参数的寻优。

粒子群优化算法的数学模型如下:

假设在一个 D 维的目标搜索空间中, 由 m 个粒子构成一个群落, 那么第 i 粒子就可以表示为一个 D 维向量。定义第 i 个粒子的迭代 t 次的位

置表示为 $\mathbf{X}_i(t) = [x_{i1}(t), x_{i2}(t), \dots, x_{iD}(t)]^T$, 第 i 个粒子的迭代 t 次的速度表示为 $\mathbf{V}_i(t) = [v_{i1}(t), v_{i2}(t), \dots, v_{iD}(t)]^T$, 则第 i 粒子的局部最优位置表示为 $\mathbf{p}_i = [p_{i1}, p_{i2}, \dots, p_{iD}]^T$, 式中 $i = (1, 2, \dots, m)$ 。粒子的全局最优位置表示为 $\mathbf{g}_{\text{best}} = [p_{g1}, p_{g2}, \dots, p_{gD}]^T$ 。每个粒子通过迭代更新粒子的位置和速度, 得到局部最优值和全局最优值。第 t 代粒子向第 $t+1$ 代粒子更新位置和速度通过式(5)、式(6)计算实现。

$$x_{ij}(t+1) = x_{ij}(t) + v_{ij}(t+1), \quad j = 1, 2, \dots, D \quad (5)$$

$$v_{ij}(t+1) = w \times v_{ij}(t+1) +$$

$$c_1 r_1 [p_{ij} - x_{ij}(t)] + c_2 r_2 [p_{gj} - x_{ij}(t)] \quad (6)$$

式中 c_1, c_2 为加速常数, 选择合适的加速常数既可以加速收敛又可以避免陷入局部最优, 一般取 $c_1 = c_2$; r_1, r_2 为 $[0, 1]$ 范围内的均匀随机数。 w 为惯性权重系数, 是粒子群优化算法中非常重要的一个参数。如果惯性权重系数 w 选的很小, 算法的全局搜索能力较差, 容易陷入局部最优, 导致寻优结果出错; 如果惯性权重系数 w 选的很大, 则局部搜索能力较差, 耗费时间较长, 效率低下^[16]。本文选中自适应权重法对权重系数进行更新。

$$w = \begin{cases} w_{\min} - \frac{(w_{\max} - w_{\min}) \times (f - f_{\min})}{(f_{\text{avg}} - f_{\min})} & f \leq f_{\text{avg}} \\ w_{\max} & f > f_{\text{avg}} \end{cases} \quad (7)$$

其中 $w_{\min}, w_{\max}$ 为权重系数的最小值和最大值, f 为粒子的适应度值, f_{avg} 为所有粒子的平均适应度值, $f_{\min}$ 为粒子群中最小适应度值。

1.2.1 粒子群优化算法中适用度函数的确定

适应度值是粒子在迭代优化过程中衡量是否最优标量, 本文选用相对小波熵作为粒子群优化过程的适应度函数。相对小波熵是在小波熵^[17]的基础上提出的, 用来描述两组信号的相似程度^[18]。对于信号去噪的问题, 认为未含有噪声纯信号与噪声信号是相互无关的。由最大相对小波熵理论, 滤波后的有用信号与噪声信号的相似程度越小, 则两者的相对小波熵越大。因此, 将最大相对小波熵作为指标, 来表征去噪的好坏。

由式(4)得到去噪后有用的小波系数 $\hat{w}_{k,j}$, 由式(8)得到噪声信号各尺度下的小波系数 $v_{k,j}$ 。

$$v_{k,j} = \begin{cases} w_{k,j} & w_{k,j} < \lambda_k \\ 0 & w_{k,j} \geq \lambda_k \end{cases} \quad (8)$$

由式(9)~式(11)计算得到去噪后有用信号各层的小波能量为 E_k , 各层小波能量在信号总能量中所占的比例为 p_k , 噪声信号各层的小波能量为 E'_k , 各层小波能量在噪声信号总能量中所占的比例为 p'_k 。

$$E_k = \sum_{j=1}^N |\omega_{k,j}|^2 \quad (9)$$

$$E = \sum_{k=1}^m E_k \quad (10)$$

$$p_k = \frac{E_k}{E} \quad (11)$$

由式(12)计算得到信号的相对小波熵 $S_{wt}\left(\frac{p}{p'}\right)$ 。

$$S_{wt}\left(\frac{p}{p'}\right) = - \sum_{k=1}^m \left[p_k \times \lg\left(\frac{p_k}{p'_k}\right) \right] \quad (12)$$

式中虽未直接体现未知参数 α 和 β , 但由式(4)计算得到的小波系数 $\hat{\omega}_{k,j}$ 都是通过阈值函数计算得到的。

1.3 基于粒子群优化算法的小波去噪方法

基于待去噪信号, 利用粒子群优化算法对小波阈值函数中未知参数进行自适应寻优, 弥补未知参数依赖经验选取导致去噪不充分或有用信号被滤除的缺点, 更好地实现小波阈值去噪的效果。

具体步骤如下:

1) 滚动轴承振动加速度信号进行小波多尺度分解, 获得各尺度下小波系数 $\omega_{k,j}$ 。

2) 设定粒子群优化算法中的初始参数。如加速常数 $c_1 = c_2$, 惯性权重系数最大值 w_{max} , 最小值 w_{min} , 粒子群中粒子个数 m , 粒子最大迭代次数 t_{max} , 搜索区间 D , 粒子的范围。

3) 设定每个粒子的初始位置和初始速度。在设置的粒子取值范围内, 随机取 D 维向量作为该粒子的初始位置。

4) 粒子的适应度值的确定。由式(4)、式(8)~式(12)确定粒子的适应度函数为 $f(t) = S_{wt}\left(\frac{p}{p'}\right)$ 。根据最大相对小波熵理论, 即适应度值最大时, 粒子位置最优。

5) 初始化并更新每个粒子的局部最优值与全局最优值。定义第 i 个粒子的初始局部最优值为 p_{iac} , 初始全局最优值为 p_{gac} ; 通过比较第 i 个粒子不同代数 t 的适应度值 $f_i(t)$, 更新第 i 个粒子的局部最优值为 p_i , 比较粒子种群中所有粒子的适应度值 f_i , 更新全局最优值为 g_{best} 。

6) 更新粒子的位置和速度。通过式(5)更新

粒子位置, 通过式(6)更新粒子速度。

7) 判断是否满足终止条件, 如果不满足, 进入下一代, 返回步骤 4), 直至满足, 则粒子群全局最优值为 g_{best} 。

8) 根据粒子群优化的全局最优值 g_{best} , 确定最优小波阈值函数, 阈值处理得到去噪后各层小波系数, 通过重构和小波逆变换即可得到去噪后的信号。

2 仿真信号去噪分析

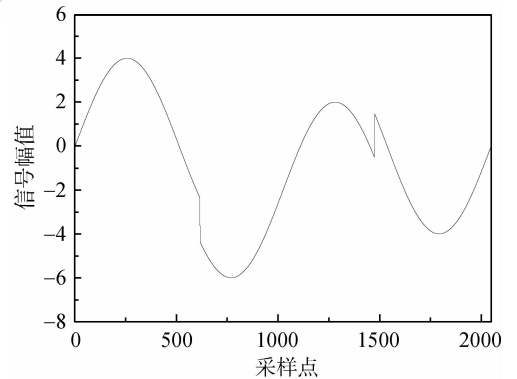
为验证基于粒子群优化算法的小波阈值去噪方法的去噪性能。本文构建了仿真信号, 运用本文对仿真信号进行去噪处理, 并与传统的软、硬阈值去噪方法及文献[13]和文献[14]所提阈值函数去噪方法进行对比分析。

2.1 仿真信号的构建与分解

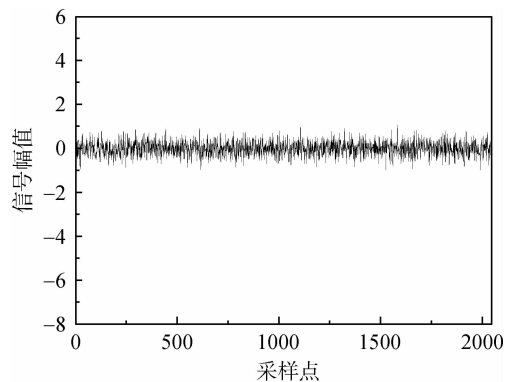
仿真信号为“heavy sine”信号添加高斯白噪声构成的信噪比为 10 dB 的染噪信号(如图 2 所示)。选用 db8 小波基函数对信号进行 3 尺度小波分解, 得到低频逼近信号 $a3$ 和高频细节信号 $d1$ 、 $d2$ 、 $d3$ (如图 3 所示)。

2.2 仿真信号去噪性能的分析

本文基于粒子群优化算法, 设定粒子群中粒子数目为 $m = 50$, 最大迭代次数 $t_{max} = 100$, 搜索



(a) Heavy sine信号



(b) 高斯白噪声

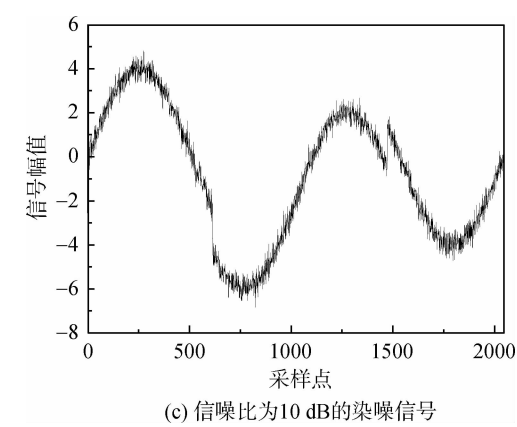


图 2 仿真信号的构建

Fig. 2 Construction of simulation signal

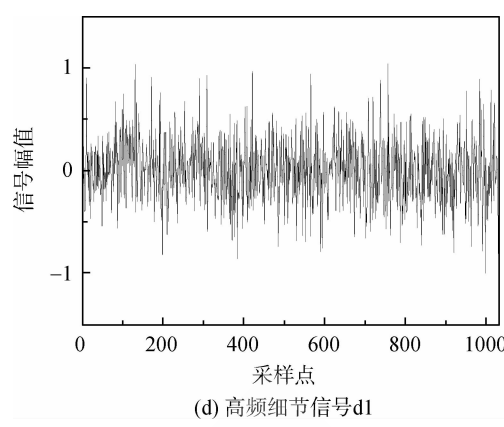


图 3 仿真信号的分解

Fig. 3 Decomposition of simulation signals

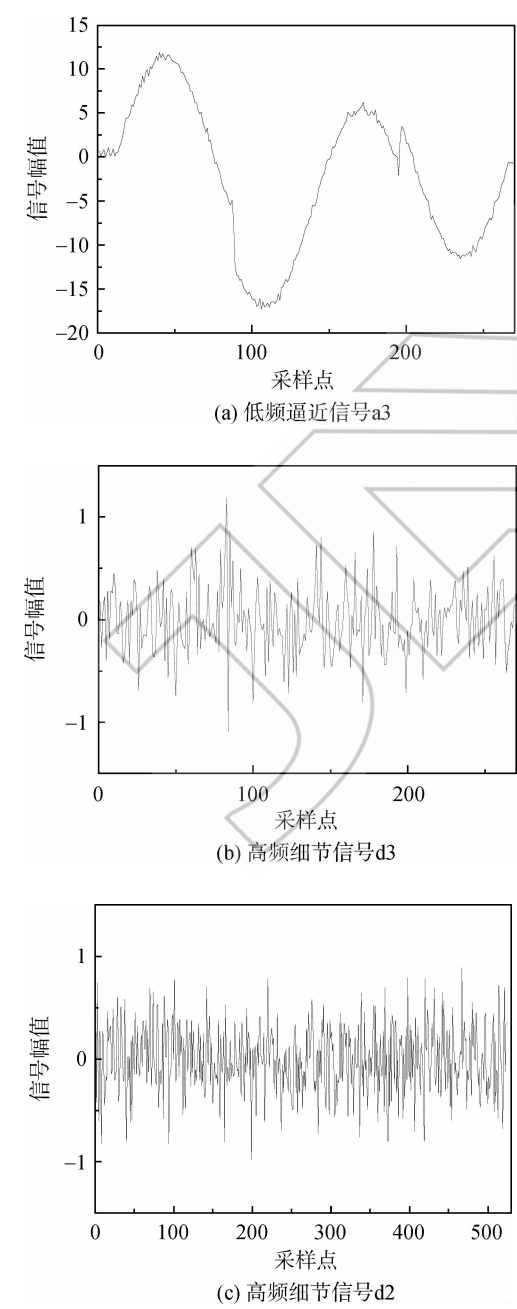
区间 $D=2$, 权重系数最大值 $w_{\max}=0.8$, 最小值 $w_{\min}=0.4$, 加速常数 $c_1=c_2=2$ 。当适应度值为相对小波熵取最大值时, 得到最优参数 $\alpha=1.2$ 和 $\beta=0.25$ 。各尺度阈值 $\lambda_1=0.031, \lambda_2=0.024, \lambda_3=0.02$ 。依据得到的自适应阈值函数对染噪信号进行去噪处理, 得到去噪后的仿真信号, 并与软、硬阈值及文献所提的阈值函数的去噪效果进行对比分析, 如图 4 所示。

由图 4(a) 明显看出信号中存在很多毛刺, 有用信号被噪声干扰严重, 很难进行下一步分析; 由图 4(b) 可以看出硬阈值去噪后信号波形含有突变, 存在一些震荡点; 由图 4(c) 可以看出软阈值去噪后在拐点处波形波动比较大, 存在去噪精度不足的问题; 图 4(d) 和图 4(e) 可以看出文献提出的两种去噪方法相比较于软、硬阈值去噪方法, 去噪效果有所改善, 但图 4(d) 仍然存在少量震荡点, 图 4(e) 存在尖峰特征被滤除的缺点。由图 4(f) 可以明显看出信号波形的光滑度最好, 而且不存在信号震荡, 保留了更多的细节信号, 去噪效果更加显著。

为进一步对比几种去噪方法的去噪效果, 引入信噪比^[19]概念用以定量评价几种去噪方法的去噪性能。如表 1 所示为各去噪方法对仿真信号去噪后的信噪比。

$$Q_{\text{snr}} = 10 \times \lg \left\{ \frac{\sum_n [s(n)]^2}{\sum_n [y(n) - s(n)]^2} \right\} \quad (13)$$

式中 $s(n)$ 为未含有噪音的纯信号, $y(n)$ 为染噪后的信号。需要注意的是对于试验测得的信号仅有染噪后的信号, 用去噪后的信号 $s'(n)$ 来替换 $s(n)$ 计算去噪处理后的信号信噪比。由表 1 可以看出, 本文所提方法去噪后信号的信噪比优于其他几种方法。



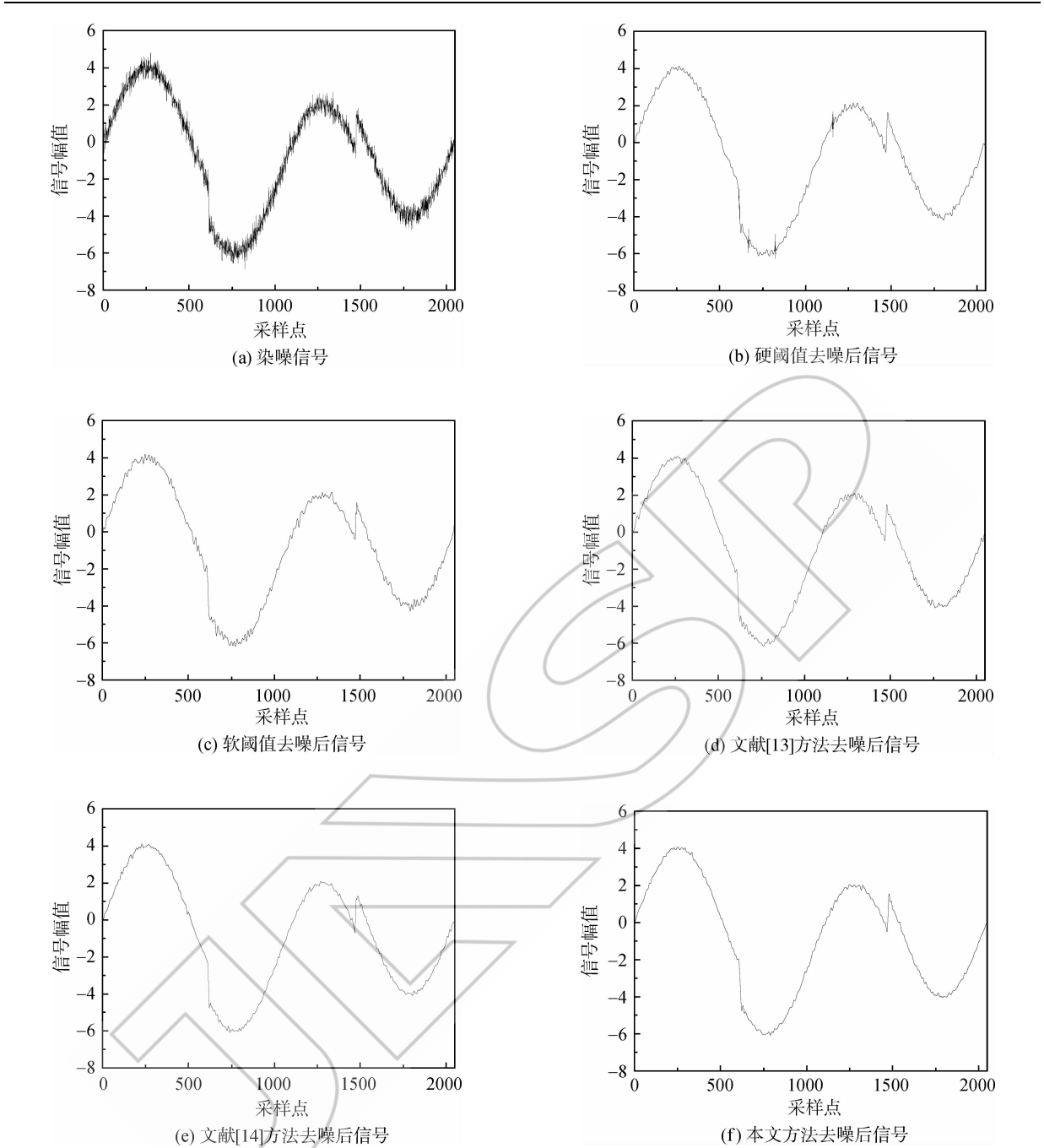


图 4 仿真信号去噪结果

Fig. 4 Denoising results of simulation signal

表 1 几种去噪方法对仿真信号去噪后的信噪比

Table 1 Signal-to-noise ratios of several denoising methods to simulation signals after denoising

去噪方法	染噪信号	硬阈值法	软阈值法	文献[13]中方法	文献[14]中方法	本文方法
Q_{snr}/dB	10.03	21.81	20.98	26.61	25.38	27.95

3 滚动轴承振动信号去噪性能分析

本文采用 GM-DXJ-12-1 轴承动态性能试验机(如图 5 所示)完成试验,设置轴承内圈随主轴旋转,转速为 600 r/min,外圈固定,径向加载为

1000 N,轴向加载为 2 000 N,通过在夹具上安装加速度传感器(如图 6 所示)测取滚动轴承振动加速度信号。采用亿恒数据采集与分析仪对振动信号采集,设置采样频率为 1024 Hz,采样时间为 1 s,采样点数为 1024,加速度幅值为 A , $g=9.80\text{m/s}^2$ 。

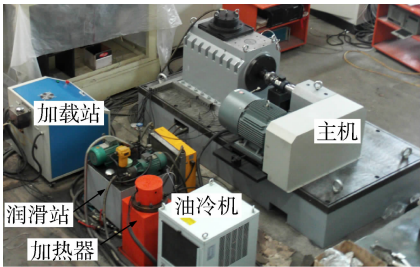


图 5 GM-DXJ-12-1 轴承动态性能试验机

Fig. 5 GM-DXJ-12-1 bearing dynamic performance testing machine

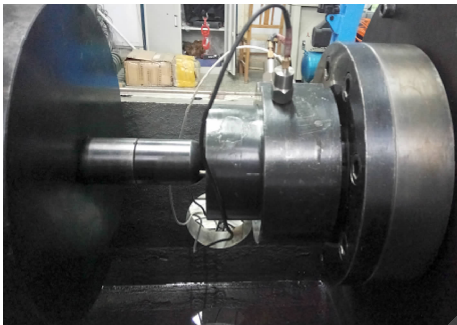


图 6 振动测试装置

Fig. 6 Vibration testing device

将采集的滚动轴承振动信号用几种方法进行去噪处理,去噪效果如图 7 所示。

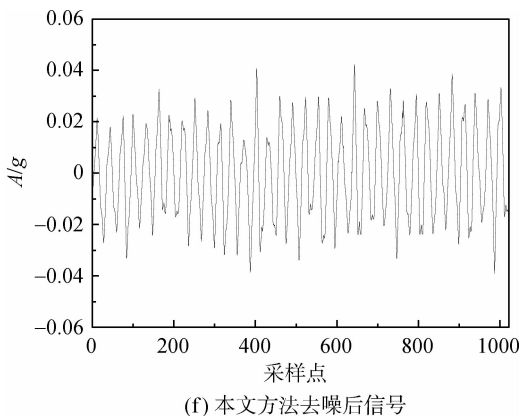
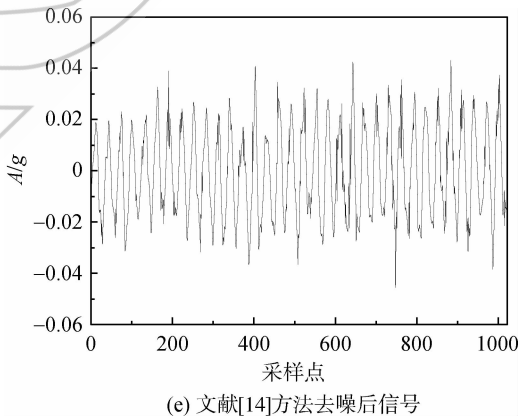
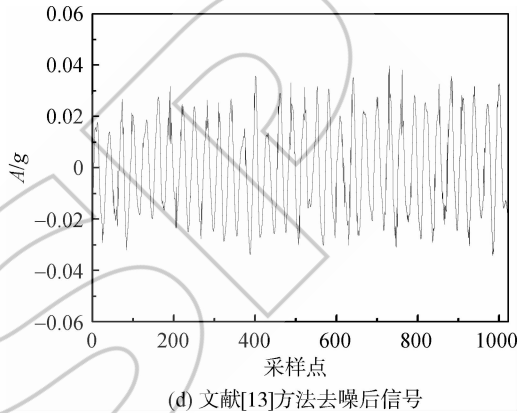
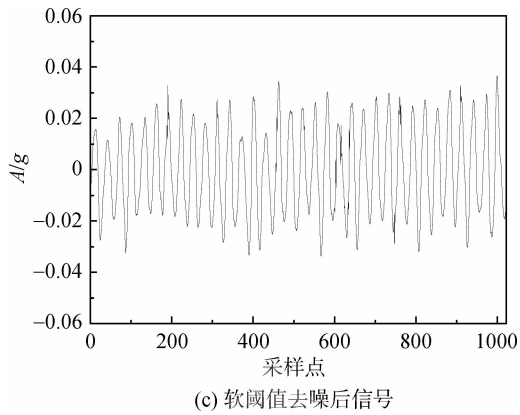
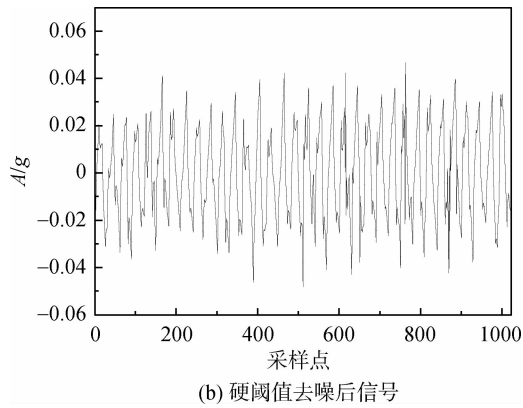
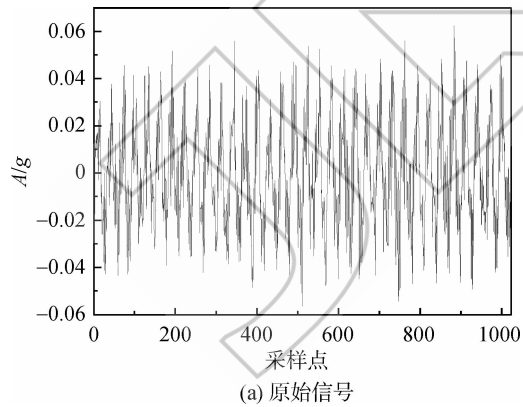


图 7 试验信号去噪结果

Fig. 7 Denoising results of test signals

由图 7(a)可以看出,噪声干扰了有用信号的细节,很难进行后续特征的提取;由图 7(b)可以看出,噪声并没有很好的滤除,对信号仍然存在部分干扰;图 7(c)为软阈值去噪效果图,虽然信号的波形光滑度较好,但存在部分细节信号被滤除的问题;图 7(d)和图 7(e)分别为采用文献[13]和文献[14]中去噪方法处理后的效果图,去噪效果优于硬阈值,但仍然存在噪声滤除不充分的问题;图 7(f)为本文去

噪方法去噪效果图,可以看出信号波形光滑度更好,而且保留了原始信号中存在的尖峰等细节特征。

由式(13)可以计算滚动轴承振动信号经不同去噪方法处理后信噪比,计算结果如表 2 所示。由表 2 可知,本文方法去噪后信号信噪比最高,说明本文改进的去噪方法可以有效提高信号的信噪比,实现噪声与轴承有用振动信号更好的分离,有利于后续故障特征的提取。

表 2 几种去噪方法对滚动轴承振动信号去噪后的信噪比

Table 2 Signal-to-noise ratios of rolling bearing vibration signals denoised by several denoising methods

去噪方法	硬阈值法	软阈值法	文献[13]中方法	文献[14]中方法	本文方法
Q_{snr}/dB	14.25	15.84	14.96	15.27	18.44

4 结 论

1) 在小波去噪理论及分析几种小波去噪方法的基础上,本文改进了一种小波去噪阈值函数。既克服了硬阈值函数在定义域内不连续的问题,避免了 Pseudo-Gibbs 现象;又不像软阈值函数一样存在有用信息保留不完整,重构精度低的问题。

2) 运用相对小波熵,能够定量地确定有用信号与噪声信号的相似程度。将其作为优化算法的适应度函数,可以实现小波阈值函数中未知参数的自适应寻优,达到滚动轴承振动信号自适应降噪目的。

3) 对几种阈值去噪方法的去噪效果进行了比较。仿真和试验结果表明,应用本文优化的去噪方法对染噪信号去噪处理后信号的波形光滑度更好,信噪比更高,而且保留了原始信号中尖峰等细节特征,更好地实现噪声与有用信号的分离,具有更好的去噪性能和应用实用价值。

参考文献:

[1] YOU Lei, HU Jun, FANG Fang, et al. Fault diagnosis system of rotating machinery vibration signal[J]. Procedia Engineering, 2011, 15(1): 671-675.

[2] 孙灿飞, 王友仁, 沈勇, 等. 基于参数自适应变分模态分解的行星齿轮箱故障诊断[J]. 航空动力学报, 2018, 33(11): 2756-2765.

SUN Canfei, WANG Youren, SHEN Yong, et al. Fault diagnosis of planetary gearbox based on parametric adaptive variational modal decomposition[J]. Journal of Aerospace Power, 2018, 33(11): 2756-2765. (in Chinese)

[3] 胥永刚, 赵国亮, 马朝永, 等. 双树复小波域 MCA 降噪在齿轮故障诊断中的应用[J]. 航空动力学报, 2016, 31(1):

219-226.

XU Yonggang, ZHAO Guoliang, MA Chaoyong, et al. Application of MCA noise reduction in dual-tree complex wavelet domain in gear fault diagnosis[J]. Journal of Aerospace Power, 2016, 31(1): 219-226. (in Chinese)

[4] XU Lei, GAO Jianmin, ZHAI Wanming, et al. Localization methods for track irregularity wavelengths and track diseases[J]. Journal of Central South University (Science and Technology), 2017, 48(11): 3060-3068.

[5] DONOHO D L. De-noising by soft-thresholding[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1995, 41(3): 613-627.

[6] 唐进元, 陈维涛, 陈思雨. 一种新的小波阈值函数及其在振动信号去噪分析中的应用[J]. 振动与冲击, 2009, 28(7): 118-121.

TANG Jinyuan, CHEN Weitao, CHEN Siyu. A new wavelet threshold function and its application in vibration signal denoising analysis[J]. Vibration and Impact, 2009, 28(7): 118-121. (in Chinese)

[7] WANG Bei, ZHANG Genyao, LI Zhi, et al. Wavelet threshold denoising algorithm based on new threshold function[J]. Journal of Computer Applications, 2014, 34(5): 1499-1502.

[8] 殷青松, 戴曙光. 基于改进的小波阈值图像去噪算法研究[J]. 软件导刊, 2018, 17(1): 89-91.

YIN Qingsong, DAI Shuguang. Study on improved wavelet threshold image denoising algorithm[J]. Software Tribune, 2018, 17(1): 89-91. (in Chinese)

[9] 姚建红, 林娜, 付强, 等. 基于多目标函数的粒子群算法优化小波阈值的去噪方法研究[J]. 化工自动化及仪表, 2013, 40(2): 154-157.

YAO Jianhong, LIN Na, FU Qiang, et al. Particle swarm optimization based on multi-objective function (MSDG) is used to optimize wavelet threshold denoising method[J]. Chemical Automation and Instrumentation, 2013, 40(2): 154-157. (in Chinese)

[10] 郭晓霞, 杨慧中. 基于粒子群优化算法的小波阈值去噪方

法研究[J]. 计算机工程与应用,2009,31(37):126-128.

GUO Xiaoxia,YANG Huizhong. Study on wavelet threshold denoising method based on particle swarm optimization algorithm[J]. Computer Engineering and Applications, 2009,31(37):126-128. (in Chinese)

[11] XIAO W,JUN X U,BINGGANG C,et al. A Kalman filter soc estimation method for lithium-ion batteries based on discrete wavelet transform denoising[J]. Journal of Xi'an Jiaotong University,2017,51(10):71-76.

[12] 盛海娟,马卫东,龙昱程. 平移不变小波变换在遥测数据去噪中的应用[J]. 现代电子技术,2014,37(1):8-10.

SHENG Haijuan,MA Weidong,LONG Yucheng. Application of translation invariant wavelet transform in denoising telemetry data[J]. Modern Electronic Technology, 2014, 37(1):8-10. (in Chinese)

[13] 吴怀选,张磊,符楚君,等. 基于自适应小波阈值函数的心电信号去噪[J]. 计算技术与自动化,2019,38(2):80-84.

WU Huaixuan,ZHANG Lei,FU Chujun,et al. Ecg signal De-noising based on adaptive wavelet threshold function [J]. Computing Technology and Automation,2019,38(2): 80-84. (in Chinese)

[14] 余腾,胡伍生,吴杰,等. 基于小波阈值去噪与 EMD 分解方法提取润扬大桥振动信息[J]. 振动与冲击,2019,38(12): 264-270.

YU Teng,HU Wusheng,WU Jie,et al. The vibration information of runyang bridge is extracted by wavelet threshold denoising and EMD decomposition[J]. Vibration and Impact,2019,38(12):264-270. (in Chinese)

[15] 李新春,吴秋铜. 基于改进遗传算法的小波阈值语音去噪 [J]. 激光杂志,2015,36(1):62-65.

LI Xinchun,WU Qiutong. Wavelet threshold speech de-noising based on improved genetic algorithm [J]. Laser Magazine,2015,36(1):62-65. (in Chinese)

[16] 李艳,杨华芬. 一种改进的动态惯性权重粒子群优化算法 [J]. 长春工程学院学报(自然科学版),2014,15(4):116-119.

LI Yan,YANG Huafeng. An improved dynamic inertial weight particle swarm optimization algorithm[J]. Journal of Changchun College of Engineering (Natural Science Edition), 2014,15(4):116-119. (in Chinese)

[17] 臧先峰,张正道. 基于小波熵的最优阈值去噪方法[J]. 江南大学学报(自然科学版),2009,8(3):267-270.

ZANG Xianfeng,ZHANG Zhengdao. An optimal threshold denoising method based on wavelet entropy[J]. Journal of Jiangnan University (Natural Science Edition), 2009, 8(3): 267-270. (in Chinese)

[18] 夏樟华,林友勤,张景杭,等. 环境温度对连续箱梁刚构桥相对小波熵指标的影响研究[J]. 振动与冲击,2017,36(1): 207-214.

XIA Zhanghua,LIN Youqin,ZHANG Jinghang. et al. Study on the influence of ambient temperature on the relative wavelet entropy index of continuous box girder rigid frame Bridges[J]. Vibration and Impact,2017,36(1):207-214. (in Chinese)

[19] 王国富,张海如,张法全,等. 时频展缩随机共振用于航空发动机转子故障检测[J]. 航空动力学报,2011,26(3): 603-610.

WANG Guofu,ZHANG Hairu,ZHANG Faquan,et al. Application of time-frequency spread out stochastic resonance in rotor fault detection of aero-engine[J]. Journal of Aerospace Power,2011,26(3):603-610. (in Chinese)

(编辑:张 雪)